**CHUYÊN ĐỀ TỔNG HỢP HÌNH HỌC TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

**I. TAM GIÁC NHỌN CÓ 3 ĐƯỜNG CAO**

**Bài 1.** Cho $△ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$ và các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại $H$. $(D\in BC;E\in AC;F\in AB)$.

a) Chứng minh: $△AEH∼△ADC$ và $AE.AC=AH.AD$.

b) Chứng minh: $HD⋅HA=HF.HC$.

c) Chứng minh: $△HFD∼△HAC$ và $DH$ là phân giác $\hat{FDE}$.

d) Đường thẳng $EF$ cắt $BC$ và $AH$ lần lượt tại $I$ và $J$. Chứng minh: $FJ.IE=IF.JE$.

Bài 2. Cho $△ABC$ nhọn, các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại . .

a) Chứng minh rằng:  từ đó suy ra .

b) Chứng minh rằng: 

c) Vẽ  tại . Gọi  là giao điểm của  và .

Chứng minh rằng:  và 

d) Chứng minh rằng: 

**Bài 3.** Cho  nhọn , ba đường cao  cắt nhau tại .

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Chứng minh: .

d) Lấy điểm  là điểm đối xứng của  qua  và gọi  là giao điểm của  với . Chứng minh: .

**Bài 4.** Cho tam giác nhọn  có ba đường cao  cắt nhau tại  cắt EF tại .

a) Chứng minh: .

b) Vẽ  tại . Chứng minh:  và .

c) Chứng minh: .
d) Gọi  và  lần lượt là trung điểm của đoạn  và đoạn . Chứng minh: 

**Bài 5.** Cho tam giác nhọn  có ba đường cao  cắt nhau tại 

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Từ  vẽ  vuông góc với  (  thuộc  );  vuông góc với  ( thuộc ). Chứng minh: .

d) Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  xuống . Chứng minh: 2 điểm  nằm trên đường thẳng .

**Bài 6.** Cho tam giác  có 3 góc nhọn. Ba đường cao  cắt nhau tại .

a) Chứng minh:  ~. Tính tỉ số đồng dạng với .

b) Chứng minh: ~.

c) Kéo dài  và  cắt nhau tại . Gọi  là trung điểm của . Chứng minh: 

d) Gọi  là trung điểm của . Chứng minh: ||

**II. TAM GIÁC NHỌN CÓ 2 ĐƯỜNG CAO**

**Bài 7.** Cho , có ba góc nhọn và hai đường cao .

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Tia  cắt tia  tại . Chứng minh: .

d) Vẽ  (  thuộc tia  thuộc tia  ). Chứng minh: .

**Bài 8.** Cho  nhọn có hai đường cao  cắt nhau tại .

a) Chứng minh:  và .

b) Kẻ phân giác  của tam giác . Giả sử . Tính độ dài của  và .

c) Kẻ  vuông góc với tia  tại . Chứng minh: 

d) Kẻ đường cao  của . Chứng minh: . . Khi dấu bằng xảy ra xác định hình tính của 

**Bài 9.** Cho  có ba góc nhọn. Vẽ hai đường cao  cắt nhau tại .

a) Chứng minh: 

b) Vẽ  cắt  tại . Chứng minh:  và 

c) Chứng minh: 

d) Chứng minh: .

**Bài 10.** Cho  nhọn  có hai đường cao  và  cắt nhau tại .

1. Chứng minh: .
2. Chứng minh: .
3.  cắt  tại . Kẻ  vuông góc với  tại . Chứng minh: .
4. Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Gọi  là trung điểm cạnh . Chứng minh: .

**Bài 11.** Cho tam giác  nhọn  và các đường cao  cắt nhau tại .

a) Chứng minh:  và .

b) Chứng minh: .

c) Đường thẳng qua  và song song với  cắt  tại . Chứng minh rằng: 

d) Gọi  là trung điểm của  là giao điểm của  và . Chứng minh rằng: ba điểm  thẳng hàng.

**Bài 12.** Cho tam giác nhọn , vẽ các đường cao .

a) Chứng minh rằng:  «  và .

b) Chứng minh rằng:  và .

c) Vẽ  vuông góc với  tại . Chứng minh rằng: .

d) Gọi  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng . Chứng minh rằng: hai góc ;  có chung tia phân giác.

**Bài 13.** Cho  có ba góc nhọn . Vẽ hai đường cao  và .

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: ~.

c) Đường thẳng  và  cắt nhau tại . Chứng minh: .

d) Biết . Tính diện tích .

**Bài 14.** Cho tam giác nhọn  có  là giao điểm của hai đường cao  và .

a) Chứng minh: .

b)  cắt  tại . Chứng minh: .

c) Vẽ  vuông góc với  tại . Chứng minh: .

d) Gọi  lần lượt là các điểm đối xứng của  qua  Chứng minh: .

**Bài 15.** Cho tam giác  nhọn có  và  là hai đường cao giao nhau tại 

a) Chứng minh: ~ và .

b) Chứng minh:  và .

c) Chứng minh: .

d) Gọi  là đường cao thứ ba của . Giao điểm của  và  là . Chứng minh:  là đường phân giác của  và .

**III. TAM GIÁC VUÔNG CÓ 1 ĐƯỜNG CAO, TAM GIÁC THƯỜNG CÓ 1 ĐƯỜNG CAO**

**Bài 16.** Cho  vuông tại . Vẽ đường cao  cắt  tại .

a) Chứng minh rằng: 

b) Chứng minh rằng: 

c) Qua  vẽ đường thẳng song song với  cắt  tại . Chứng minh: .

d) Chứng minh rằng: 

**Bài 17.**Cho  vuông tại , có đường cao .

a) Chứng minh:  b) Chứng minh: .

c) Cho . Tính .

d) Trên tia đối của tia  lấy điểm . Vẽ đường cao  của .  cắt  tại . Chứng minh: .

e) Chứng minh: .

f) Chứng minh: .

g) Chứng minh: .

**Bài 18.** Cho  vuông tại  có  là đường cao, biết .

1. Tính .
2. Chứng minh: . Tính .
3. Chứng minh: .HC (không dùng số đo câu a để làm câu này).
4. Gọi  là trung điểm của , trên tia  lấy điểm  sao cho điểm  là trung điểm của .

a) Tính và so sánh hai tỉ số sau:  và .

b) Chứng minh: .

1.  cắt  và  lần lượt tại  và . Chứng minh: .

**Bài 19.** Cho  vuông tại , có  là đường cao.

a) Chứng minh: . Từ đó suy ra: .

b) Tính  biết .

c) Chứng minh: .

d) Qua  vẽ đường thẳng song song với  cắt tia  tại . Tính: .

e) Vẽ đường thẳng bất kì đi qua điểm  cắt  và  lần lượt tại  và .

Chứng minh: .

**Bài 20.** Cho  vuông tại  có  là đường cao.

a) Chứng minh:  và 

b) Chứng minh: .

c) Vẽ  là phân giác , vẽ . Chứng minh: .

d) Nếu biết . Tính diện tích .

e)  cắt  tại . Chứng minh: .

**Bài 21.** Cho  vuông tại  có  là dường cao, biết .

1. Tính .
2. Chứng minh: .
3. Gọi  lần lượt là trung điểm của 

a) Tính và so sánh hai tỉ số:  và .

b) Chứng minh: .

1.  cắt  tại  và  cắt  tại . Chứng minh:  và tính độ dài đoạn .

**Bài 22.** Cho  vuông tại  và có đường cao .

a) Chứng minh: 

b) Đường phân giác của  cắt  tại  và cắt  tại .

Chứng minh:  và .

c) Vẽ  tại . Chứng minh: .

d) Gọi  là điểm đối xứng với  qua  và  là điểm đối xứng với  qua . Chứng minh  thẳng hàng.

**Bài 23.** Cho  vuông tại ; có . Kẻ đường cao .

a) Chứng minh: 

b) Tính .

c) Kẻ  tại ;  tại . Chứng minh: .

d) Chứng minh: .

**Bài 24.** Cho  vuông tại , đường cao .

a) Chứng minh 

b) Gọi  lần lượt là trung điểm của . Chứng minh:  và .

c) Đường vuông góc với  vẽ từ  cắt đường cao  của  tại . Chứng minh 

d) Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh ba đường thẳng  đồng quy.

**Bài 25.** Cho  vuông tại , đường cao 

a) Chứng minh: 

b) Trên  lấy điểm  sao cho . Đường vuông góc với  tại  cắt  tại . Chứng minh: .

c) Gọi  là trung điểm của đoạn . Chứng minh:  và tính số đo .

d) Tia . cắt  tại . Chứng minh: .

**Bài 26.** Cho  vuông tại  có  là đường cao. Vẽ  vuông góc với  tại  và  vuông góc với  tại .

a) Chứng minh: , rồi suy ra .

b) Chứng minh: .

c) Tính diện tích  biết .

d) Gọi I là trung điểm của  là giao điểm của  và . Chứng minh: .

**Bài 27.** Cho tam giác  vuông tại  vẽ đường cao .

a) Chứng minh: . Từ đó suy ra: .

b) Chứng minh rằng: . Từ đó suy ra: .

c) Vẽ  vuông góc với  tại . Đường trung tuyến  của tam giác  cắt  tại . Chứng minh:  và .

d) Qua  vẽ đường thẳng  song song với . Trên đường thẳng  lấy điểm  (  và  nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ  ) sao cho . Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh rằng ba điểm  thẳng hàng.

**Bài 28.** Cho tam giác  vuông tại , có đường cao .

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Vẽ  vuông góc với  tại , vẽ  vuông góc với  tại  cắt  tại . Chứng minh: .

d) Chứng minh: .

Bài 29. Cho  có ba góc nhọn và đường cao . Qua  vẽ  vuông góc với  tại  và  vuông góc với  tại .

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Cho . Chứng minh rằng: .

d) Vẽ đường cao  của  cắt  tại . Qua  vẽ đường thẳng song song với  cắt  tại . Chứng minh: .

Bài 30. Cho  vuông tại , đường cao , có . Đường phân giác của  cắt  tại , biết .

a) Tính .

b) Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh: .

c) Chứng minh: .

d) Gọi  là trung điểm của . Chứng minh: .

**Bài 31**. Cho  vuông tại  có  là điểm tùy ý trên  sao cho . Qua  kẻ  và cắt  tại , cắt  tại .

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Chứng minh: ~.

d) Cho  và . Tính diện tích .

**Bài 32.** Cho  vuông tại  có đường cao , vẽ phân giác  của góc .

a) Tính độ dài .

b) Chứng minh: . Tính độ dài .

c) Trên tia đối của tia  lấy điểm . Vẽ . Chứng minh:  và  đồng dạng với .

d) Cho biết . Tính diện tích .

**Bài 33.** Cho  vuông tại  có . Trên cạnh  đặt điểm  sao cho . Trên tia đối của tia  đặt điểm  sao cho .

a) Tính các tỉ số . Suy ra .

b) Đường thẳng  cắt  tại . Chứng minh: .

c) Tính độ dài  và .

d) Phân giác của  cắt  và  lần lượt tại  và . Chứng minh: .

**Bài 34.** Cho  vuông tại  có  là đường cao, .

a) Chứng minh: ~.

b) Tính độ dài các cạnh .

c) Chứng minh: .

d) Vẽ tia phân giác của góc  cắt  tại , vẽ tia phân giác của góc  cắt cạnh  lần lượt tại  và . Chứng minh: .

**Bài 35.** Cho tam giác  vuông tại  có  là đường cao.

a) Chứng minh:  và  đồng dạng.

b) Chứng minh:  và .

c) Phân giác  cắt  lần lượt tại  và . Chứng minh: .

d) Vẽ . Chứng minh: .

**IV. CÁC DẠNG KHÁC**

**Bài 36.** Cho hình bình hành . Lấy điểm  tùy ý trên cạnh . Kéo dài  cắt  tại , cắt  tại .

a) Chứng minh: ~ và .

b) Chứng minh: .

c) Chứng minh: .

d) Giả sử: . Tính tỉ số diện tích: .

**Bài 37.** Cho hình vuông . Gọi  là trung điểm của , kẻ  vuông góc với  tại .

a) Chứng minh: .

b) Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh: .

c)  cắt  tại  cắt  tại . Chứng minh: .

d) Cho . Tính diện tích .