

Bài 1 (1,5 điểm). Cho các biểu thức:

$$A = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{14}}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2}; B = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2} \text{ (với } x > 0).$$

a) Rút gọn các biểu thức A và B.

b) Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B.

Bài 2 (1,5 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4\sqrt{x-2} - y = 1 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases}$$

2) Mẹ Hà đi chợ bán x quả dưa, mẹ Hà bán được 1 quả giá 60 000 đồng và 4 quả giá 45 000 đồng một quả. Số dưa còn lại mẹ bán với giá 30 000 đồng một quả. Gọi y (nghìn đồng) là số tiền mà mẹ Hà thu được sau khi bán hết x quả dưa.

a) Lập công thức tính y theo x

b) Hỏi mẹ Hà đã bán bao nhiêu quả dưa, biết số tiền mẹ Hà thu được là 690 000 đồng?

Bài 3 (2,5 điểm).

1) Cho phương trình $x^2 - m + 2x + 2m = 0$ (1) với x là ẩn số, m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với m = -1

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3$$

2) Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là 60 km. Hai người đi xe đạp cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B với vận tốc bằng nhau. Sau khi đi được 1 giờ thì xe của người thứ nhất bị hỏng nên phải dừng lại sửa xe 20 phút, còn người thứ hai tiếp tục đi với vận tốc ban đầu. Sau khi sửa xe xong, người thứ nhất đi với vận tốc nhanh hơn trước 4 km/h nên đã đến B cùng lúc với người thứ hai. Tính vận tốc hai người đi lúc đầu.

Bài 4 (0,75 điểm). Người ta muốn làm một chiếc thùng hình trụ bằng tôn không có nắp, đường kính đáy là 24 cm và chiều cao là 50 cm. Tính diện tích tôn phải dùng để làm thùng (các mối ghép không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 5 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC ($H \in BC$).

a) Chứng minh bốn điểm B, O, M, H cùng thuộc một đường tròn và HO là tia phân giác của $\widehat{MHB}$.

b) Gọi E là giao điểm của MB và OH. Chứng minh: $ME \cdot HM = BE \cdot HC$.

c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC là K (K khác M). Chứng minh ba điểm C, K, E thẳng hàng.

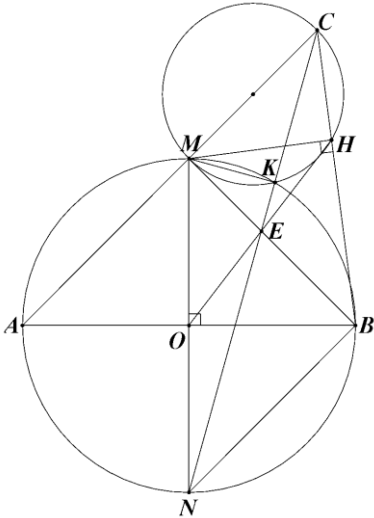
Bài 6(0,75 điểm). Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $x + y + z \leq \sqrt{3}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} + \frac{z}{\sqrt{z^2 + 1}}$.

=====Hết=====

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a (1 điểm).	
	$A = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{14}}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 5 - \sqrt{7}}{\sqrt{2}} + \sqrt{7} - 2 $	0,25
	$A = 5 - \sqrt{7} + \sqrt{7} - 2 = 3$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + 2}$	0,25
	$B = \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 2 = 2\sqrt{x} - 1.$	0,25
	b (0,5 điểm).	
	Với $x > 0$. Để $A = 3B$ thì: $3.(2\sqrt{x} - 1) = 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 = 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1(tm)$	0,25
Bài 2 (1,5 điểm)	Vậy với $x = 1$ thì giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B.	0,25
	2.1 (0,75 điểm)	
	ĐK: $x \geq 2$	0,25
	$\begin{cases} 4\sqrt{x-2} - y = 1 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12\sqrt{x-2} - 3y = 3 \\ 2\sqrt{x-2} + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = 2 \\ 8 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = 2 \\ y = 7 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(t/m) \\ y = 7 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (6; 7)$.	
	2.2 (0,75 điểm)	
	a) Ta có: $y = 60 + 4.45 + 30(x - 5)$	0,25
	$\Leftrightarrow y = 30x + 90$	0,25
Bài 3 (2,5 điểm)	b) Theo bài ra ta có $y = 690$ $\Leftrightarrow 30x + 90 = 690$ $\Leftrightarrow x = 20$ Vậy mẹ Hà đã bán 20 quả dưa.	0,25
	3.1a (0,5 điểm)	
	+ Thay $m = -1$ vào phương trình được $x^2 - x - 2 = 0$	0,25
Bài 3 (2,5 điểm)	+ Giải phương trình được hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 2$	0,25

	+ Vậy với $m = -1$, phương trình có 2 nghiệm là: $x_1 = -1; x_2 = 2$	
	3.1b (1,0 điểm)	
	$\Delta = m + 2^2 - 4.2m = m - 2^2 \geq 0$ với mọi m . Vậy phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m .	0,25
	+ Theo hệ thức Vi – ét ta có : $x_1 + x_2 = m + 2; x_1.x_2 = 2m$.	0,25
	+ Theo bài ra: $x_1^2 + x_2^2 + x_1.x_2 \leq 3$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2^2 - x_1.x_2 \leq 3 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 4 \leq 3 \Leftrightarrow m + 1^2 \leq 0$ Suy ra $m + 1 = 0$ hay $m = -1$	0,25
	Vậy $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_1.x_2 \leq 3$	0,25
	3.2 (1,0 điểm)	
	Gọi vận tốc của hai người đi lúc đầu là x km/h (ĐK $x > 0$)	0,25
	Thời gian đi từ A đến B của người thứ hai là $\frac{60}{x} h$ Quãng đường người thứ nhất đi được trong 1 giờ đầu là x (km) Quãng đường còn lại là $60 - x$ (km) Thời gian người thứ nhất đi quãng đường còn lại là $\frac{60 - x}{x + 4} h$ $20' = \frac{1}{3} h$ Theo bài ra ta có: $\frac{60}{x} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{60 - x}{x + 4}$	0,25
	$\Leftrightarrow 60.3. x + 4 = 4.x. x + 4 + 3.x. 60 - x$ $\Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0$ Giải phương trình ta được: $x_1 = -36; x_2 = 20$	0,25
	Vì $x_1 = -36$ không t/m ĐK; $x_2 = 20$ t/m ĐK Vậy vận tốc hai người đi lúc đầu là 20 km/h	0,25
Bài 4 (0,75 điểm)	Bán kính đáy là: $R = 12$ cm, $h = 50$ cm	0,25
	Diện tích đáy thùng là $\pi R^2 = \pi .12^2 = 144 \pi$ (cm ²)	
	Diện tích xung quanh của chiếc thùng hình trụ là $S_{xq} = 2 \pi Rh = 2 \pi .12.50 = 1200 \pi$ (cm ²)	0,25
	Diện tích tôn phải dùng là	0,25

	$1200\pi + 144\pi = 1344\pi \approx 4220,16 \text{ (cm}^2\text{)}$	
Bài 5 (3 điểm)	 Vẽ hình đúng hết phần a) 0,25 điểm	0,25
	a(1,0 điểm)	
	Có $\widehat{MOB} = 90^\circ (AB \perp MN)$	0,25
	$\widehat{MHB} = 90^\circ (MH \perp BC)$	0,25
	Suy ra $\widehat{MOB} + \widehat{MHB} = 180^\circ$ nên tứ giác $BHMO$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết). Suy ra bốn điểm B, O, M, H cùng thuộc một đường tròn	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MHO}$ là góc nội tiếp chắn cung MO và $\widehat{BHO}$ là góc nội tiếp chắn cung BO mà $MO = BO$ (quan hệ giữa dây và cung) nên $\widehat{MHO} = \widehat{BHO}$. Do đó HO là tia phân giác của $\widehat{MHB}$.	0,25
	b(1,0 điểm)	
	Xét $\triangle MHB$ có HO là tia phân giác của $\widehat{MHB} \Rightarrow \frac{EM}{EB} = \frac{HM}{HB}$ (1)	0,25
	Xét O có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{BMC} = 90^\circ$ (kề bù với $\widehat{AMB} = 90^\circ$).	0,25
	Xét $\triangle BMC$ vuông tại M và $MH \perp BC$ nên $MH^2 = HC \cdot HB \Leftrightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{HC}{HM}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\frac{EM}{EB} = \frac{HC}{HM} \Leftrightarrow ME \cdot HM = BE \cdot HC$ (đpcm)	0,25
	c(0,75 điểm)	
	Xét O có $\widehat{MKN} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Xét đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ có $\widehat{MKC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25

	Suy ra $\widehat{MKC} + \widehat{MKN} = 180^\circ$ nên ba điểm C, K, N thẳng hàng (3)	
	Xét O có $\widehat{MBN} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Xét $\triangle BHM$ và $\triangle BMC$ có $\widehat{MBC}$ chung; $\widehat{BHM} = \widehat{BMC} = 90^\circ$ Do đó $\triangle BHM \sim \triangle BMC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BH}{BM} = \frac{HM}{MC} \Leftrightarrow \frac{MC}{BM} = \frac{HM}{BH} \Rightarrow \frac{MC}{BN} = \frac{HM}{BH}$ Lại có $\frac{ME}{EB} = \frac{HM}{BH}$. Suy ra $\frac{ME}{BE} = \frac{MC}{BN}$	0,25
	Xét $\triangle MEC$ và $\triangle BEN$ có $\widehat{EMC} = \widehat{EBN} = 90^\circ$; $\frac{ME}{BE} = \frac{MC}{BN}$ Do đó $\triangle MEC \sim \triangle BEN$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{BEN}$ (hai góc tương ứng) Mà $\widehat{MEC} + \widehat{CEB} = 180^\circ$ nên $\widehat{NEB} + \widehat{CEB} = 180^\circ$ Do đó ba điểm C, E, N thẳng hàng. (4) Từ (3) và (4) suy ra bốn điểm C, K, E, N thẳng hàng hay ba điểm C, K, E thẳng hàng.	0,25
Bài 6 (0,75 điểm)	Ta có: $x + y + z \leq \sqrt{3}$ $\Leftrightarrow x + y + z^2 \leq 3$ Mà $x + y + z^2 \geq 3xy + yz + zx$ $\Rightarrow xy + yz + zx \leq 1$	0,25
	Do đó $P \leq \frac{x}{\sqrt{x^2 + xy + yz + zx}} + \frac{y}{\sqrt{y^2 + xy + yz + zx}} + \frac{z}{\sqrt{z^2 + xy + yz + zx}}$ $\Leftrightarrow P \leq \frac{x}{\sqrt{x+y} \sqrt{x+z}} + \frac{y}{\sqrt{x+y} \sqrt{y+z}} + \frac{z}{\sqrt{x+z} \sqrt{y+z}}$ $\Leftrightarrow P \leq \sqrt{\frac{x}{x+y} \cdot \frac{x}{x+z}} + \sqrt{\frac{y}{x+y} \cdot \frac{y}{y+z}} + \sqrt{\frac{z}{x+z} \cdot \frac{z}{y+z}}$	0,25
	Áp dụng BĐT $AM - GM$ ta được $P \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+y} + \frac{x}{x+z} + \frac{y}{x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{x+z} + \frac{z}{y+z} \right) = \frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $\text{Max} P = \frac{3}{2}$ khi $x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	0,25

*** Chú ý:**

- Trên đây chỉ trình bày một cách giải, nếu học sinh làm cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó.
- Học sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Trong một câu học sinh làm phần trên sai phần dưới đúng thì không cho điểm.
- Bài hình học, học sinh vẽ sai hình thì không chấm điểm. Học sinh không vẽ hình mà vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.
- Bài làm có nhiều ý liên quan đến nhau, nếu học sinh công nhận ý trên mà làm đúng ý dưới thì cho điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.

=====Hết=====